2013 大学入試対策

早稲田大学　数学実戦テスト　①

問題　①− 1

1 (配点 24 点)

3 曲線 $C_1\colon y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$，$C_2\colon y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$，$C_3\colon y=\log x$ がある。直線 $x=t$ (t は 0 でない実数) と曲線 C_1，C_2，x 軸との交点を P，Q，R とするとき，次の問いに答えよ。
ただし，e は $2.7<e<2.8$ を満たすものとする。

(1) 曲線 C_3 の点 $(e,\ 1)$ における接線の方程式を求め，$\dfrac{3}{e}>\log 3$ を示せ。

(2) 曲線 C_1，C_2，y 軸，直線 $x=t$ で囲まれた部分の面積を S_1 とし，C_2，x 軸，直線 $x=t$ で囲まれた部分の面積を S_2 とする。$S_1=S_2$ が成り立つときの t の値を求めよ。

(3) 曲線 C_1 と直線 $y=\dfrac{e^t+e^{-t}}{2}$ で囲まれた部分の面積を S_3 とする。t が (2) で求めた値であるとき，$S_1+S_2>S_3$ となることを示せ。

2 (配点 24 点)

xyz 空間において，点 A(1，1，2)，B(2，1，0)，C(2，− 1，0) がある。次の問いに答えよ。

(1) 線分 AB を x 軸の回りに回転してできる曲面と 2 平面 $x=1$，$x=2$ で囲まれた部分の体積 V_1 を求めよ。

(2) 線分 AC を z 軸の回りに回転してできる曲面と 2 平面 $z=0$，$z=2$ で囲まれた部分の体積 V_2 を求めよ。

(3) 三角形 ABC を z 軸の回りに回転してできる立体の体積 V_3 を求めよ。

3 (配点 24 点)

自然数 m の下 2 桁の数を【m】で表すものとする。
例えば，【1234】$=34$，【506】$=6$ である。次の問いに答えよ。

(1) a，b を自然数とするとき，【ab】$=$【【a】【b】】が成り立つことを示せ。

(2) 任意の自然数 n に関して【25^n】$=25$ となることを示せ。

(3) 2 以上の任意の自然数 n に関して【45^n】$=25$ となることを示せ。

(4) 2 以上の任意の自然数 n に関して【m^n】$=$【m^2】を満たす 2 桁の自然数 m をすべて求めよ。
ただし，m は 10 の倍数ではないものとする。

(次のページに続く。)