2013 大学入試対策

慶応大学　数学実戦テスト　①

ウィキタス Wiquitous.com

問題　①－1

1 (配点 30 点)

(1) xy 平面上に点 A(4, 0) を中心とする半径 2 の円 C_1 と点 B(0, 3) を中心とする半径 1 の円があって，点 P が円 C_1 上を自由に動き，点 Q が円 C_2 上を自由に動いている。このとき，PQ の最大値は $\boxed{ア}$，最小値は $\boxed{イ}$ であり，三角形 OPQ の面積の最大値は $\boxed{ウ}$ である。また，∠POQ が最大のときの $\cos\angle POQ = \boxed{エ}$，∠POQ が最小のときの $\cos\angle POQ = \boxed{オ}$ である。

(2) 三角形の外接円の半径を R，内接円の半径を r とし，その比を $t = \dfrac{R}{r}$ とおく。
正三角形の場合，$t = \boxed{カ}$ であり，AB = 3，BC = 4，CA = 5 の直角三角形 ABC の場合，$t = \boxed{キ}$ である。
3 辺の長さ a，b，c $(a \leqq b < c)$ の直角三角形の t を a，b，c を用いて表すと $t = \dfrac{c}{\boxed{ク}}$ である。
$x = \dfrac{a}{b}$ とおいて，$\dfrac{1}{t}$ を x の関数 $f(x)$ とすると $f(x) = \boxed{ケ}$ である。
$f(x)$ の最大値を求めることによって直角三角形における t の最小値を求めると $\boxed{コ}$ である。

2 (配点 30 点)

2 次の正方行列 A は，$A\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = 3\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$，$A\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ を満たす。行列 A の逆行列を $B = A^{-1}$ とし，また，行列 A で表される一次変換を f とする。

(1) xy 平面上の点 P の一次変換 f による像を P′ とする。$\overrightarrow{PP'} = \overrightarrow{0}$ となるのは点 P が直線 $\boxed{サ}$ 上にあるときであるから，直線 $\boxed{サ}$ 上の点は一次変換 f によってすべて直線 $\boxed{サ}$ 上に移る。点 P が直線 $\boxed{サ}$ 上にないとき，$\overrightarrow{PP'} \,/\!/ \begin{pmatrix}1\\ \boxed{シ}\end{pmatrix}$ であるから直線 $\boxed{ス}$ 上の点も一次変換 f によって直線 $\boxed{ス}$ 上に移る。

(2) $A^n = \boxed{セ}$ であり，また，$B^n = \boxed{ソ}$ である。

(次のページに続く。)