2013 大学入試対策

東京理科大　数学実戦テスト　①

問題　①－1　　制限時間：100 分

1　(配点 40 点)

次の文章中の $\boxed{ア}$ から $\boxed{ヨ}$ までに当てはまる数字 0〜9 を求めなさい。ただし，分数は既約分数として表しなさい。

(1) xyz 座標空間に点 A(0, 0, －3)，B(2, 2, 0)，C(1, 2, －1) と原点 O を中心とする半径 1 の球 S がある。

平面 ABC 上に OH ⊥ 平面 ABC を満たす点 H をとると，点 H の座標は

$$\left(\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}},\ \frac{\boxed{ウ}}{\boxed{イ}},\ -\frac{\boxed{エ}}{\boxed{イ}}\right)$$

である。

三角形 ABC の面積は $\dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}$ であるから，

球面 S 上に点 P をとって四面体 PABC をつくると，

四面体 PABC の体積の最大値は $\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{ク}}$ である。

このときの点 P の座標は $\left(-\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}},\ -\dfrac{\boxed{サ}}{\boxed{コ}},\ \dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{コ}}\right)$ である。

(2) 2 次の正方行列 P を，

$P=\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ と定め，定数 α, β に対して，$A=P\begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}P^{-1}$ とおく。

このとき，$n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ に対して，A^n は

$$A^n=\begin{pmatrix} \boxed{ス}\,\alpha^n-\boxed{セ}\,\beta^n & -\boxed{ソタ}\,(\alpha^n-\beta^n) \\ \boxed{チ}\,(\alpha^n-\beta^n) & -\boxed{ツ}\,\alpha^n+\boxed{テ}\,\beta^n \end{pmatrix}$$

と表される。以下，$\alpha=1, \beta=2$ とすると，

$$A=\begin{pmatrix} -\boxed{ト} & \boxed{ナニ} \\ -\boxed{ヌ} & \boxed{ネ} \end{pmatrix}$$

となる。数列 a_n，b_n が $a_1=1$，$b_1=1$ を満たし，

$$\begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix}=A\begin{pmatrix} a_n \\ b_n \end{pmatrix}\qquad (\text{n}=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

を満たすなら，

$$\begin{cases} a_n=-\boxed{ノ}+\boxed{ハ}\cdot\boxed{ヒ}^{\,n-1} \\ b_n=-\boxed{フ}+\boxed{ヘ}\cdot\boxed{ホ}^{\,n-1} \end{cases}$$

が成り立つ。

(次のページに続く。)